水平管道中冰浆流动的三层模型

刘永红

（上海水产大学，200090）

摘　要　本文建立了冰浆在水平管道中流动的三层唯象模型，可以求解冰浆流动时管道断面的冰晶粒子浓度分布和流动时的压降，为实际工程应用提供了计算依据。文中还给出了一个计算实例。

关键词　冰浆，流动，三层模型

在现代冰蓄冷空调和城市区域供冷中，冰浆是一种有效的蓄冷和输送冷量的介质。所谓冰浆，就是冰晶粒子和乙二醇水溶液的一种复杂混合物，其流动是一种液－固两相流动。对于实际工程应用，压降被认为是最重要的参数。然而，人们对冰浆的流动特性了解甚少，虽然有一些零星的实验研究[Knodel B. D.，1988；Terence Graham，1989]，但理论研究未见报道。冰浆在水平管道中流动时，由于冰晶粒子的密度比乙二醇水溶液的密度小，冰晶粒子所受到的浮力比其重力大，因而冰晶粒子在管道顶部趋于积集状态，而流体的紊流力又使之趋于无规则地悬浮于横断面。在冰浆平均流速很大时，由于强紊流，冰晶粒子几乎对称地均匀悬浮着；当平均流速减小，减小了紊流的扩散力并在管道顶部产生冰晶粒子的高浓度区；若平均流速进一步减小，冰晶粒子可能在管顶形成滑动的沉积物，甚至静止层，同时其下形成一个悬浮层；如果平均流速再进一步减小，静止层就趋于稳定。据此，本文从理论上建立了冰浆在水平管道中流动的三层唯象模型，可以方便地求得水平管道中的压降，为实际工程应用提供了计算依据。

1　冰浆流动的三层模型

三层模型如图1所示，管顶是静止层Ⅰ，其下是运动床Ⅱ，运动床下面是多相混合物Ⅲ。

假设冰浆在水平管道中流动时，在一定的总质量流量下，在管道中已形成三层：管顶的静止床层Ⅰ，其高度为 y_{sb}；紧贴其下是运动床层Ⅱ，其高度为 y_{mb}；管底是多相混合物层Ⅲ，其高度为 y_h（如图1所示）。设每层中的流动用平均特性（如平均速度与平均浓度）来表示，且忽略各层中两相间滑移（如把每层中固定粒子的平均速度看作和液相的平均速度相等），这一假设得到过详细的论证[Doron，P.，1992]。而且假设冰晶粒子在流动过程中不发生相变。

1.1　连续性方程

对固相粒子　　$U_h C_h A_h + U_{mb} A_{mb} = U_s C_s A$　　(1)

对于液相　　$U_h(1-C_h)A_h + U_{mb}(1-C_{mb})A_{mb} = U_s(1-C_s)A$　　(2)

1997-05-27收到。

式(1)和(2)中，U 是平行于管轴的速度；C 是固体粒子相的体积浓度；A 是管道截面积；下标 h 和 mb 分别表示多相混合物层和运动床层；U_s 是冰浆的面积平均速度(冰浆总质量流量除以面积 A)；C_s 是冰浆进口浓度；A_h 和 A_{mb}分别表示管道横截面中多相混合物层和运动床层分别占据的面积。

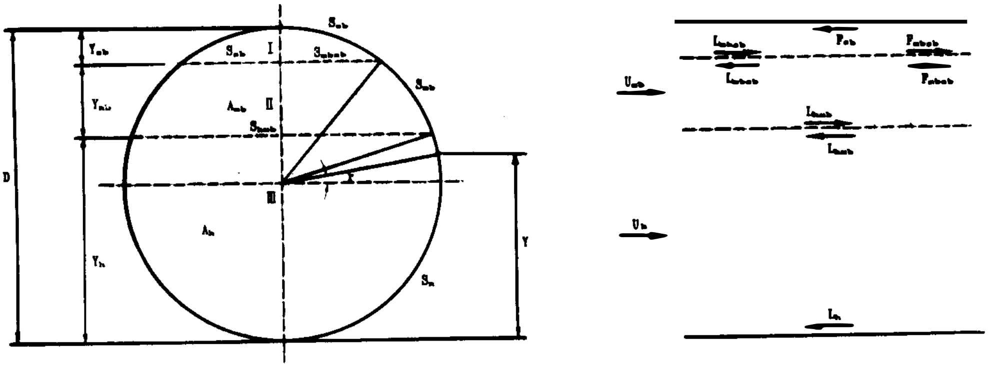

图1 三层模型原理图

Fig. 1 Schmatic diagram of three-layer model

1.2 动量平衡方程

1.2.1 多相混合物层

假设该层中混合物看作是准流体，则

$$A_h \frac{dp}{dx} = -\tau_h S_h - \tau_{hmb} S_{hmb} \tag{3}$$

式中，$\frac{dp}{dx}$是压降，τ_h 和 τ_{hmb}分别为作用于周边 S_h 和 S_{hmb}上的剪切应力。

管道周边的剪切应力为

$$\tau_h = \frac{1}{2} \rho_h |U_h| U_h f_h \tag{4}$$

运动床层和多相混合物层间的切应力为

$$\tau_{hmb} = \frac{1}{2} \rho_h |U_h - U_{mb}| (U_h - U_{mb}) f_{hmb} \tag{5}$$

ρ_h 是多相混合物层中的实际密度

$$\rho_h = \rho_s C_h + \rho_L (1 - C_h) \tag{6}$$

ρ_s 和 ρ_hL 分别为固相粒子和流体的密度。管壁摩擦系数为

$$f_h = \alpha_h Re_h^{-\beta_h} \tag{7}$$

式中，α_h，β_h 为常数，一般由实验确定[Televantos, Y., 1979]。

对于层流，$\alpha_h = 16$，$\beta_h = 1$；对紊流，$\alpha_h = 0.046$，$\beta_h = 0.2$。

$$Re = \frac{\rho_h U_h D_h}{\mu_L} \tag{8}$$

$$D_h = \frac{4A_h}{S_h + S_{hmb}} \tag{9}$$

μ_L 是流体的粘性系数。

两层之间的摩擦系数采用 Colebrook 的粗糙管壁公式，考虑到粒子的运动和沉积，对 Colebrook 公式乘以2，即

$$\frac{1}{\sqrt{2f_{hmb}}}=-0.86\ln\left(\frac{d_p/D_h}{3.7}+\frac{2.51}{Re_h\sqrt{2f_{hmb}}}\right) \tag{10}$$

式中假设作用面粗糙度和粒子粒径一致。

1.2.2 *运动床层*

$$A_{mb}\frac{dp}{dx}=-F_{mbsb}-\tau_{mhsb}S_{mhsb}-F_{mb}-\tau_{mb}S_{mb}+\tau_{hmb}S_{hmb} \tag{11}$$

式中，F_{mbsb}是作用在运动床和静止床之间的作用面 S_{mbsb}上的固相摩擦力；τ_{mbsb}是作用在界面 S_{mbsb}上的剪切应力；F_{mb}是作用在运动床和管壁间 S_{mb}上的固相摩擦力；τ_{mb}是作用在 S_{mb}上的剪切应力。

运动床和管壁间的剪切应力为

$$\tau_{mb}=\frac{1}{2}\rho_L|U_{mb}|U_{mb}f_{mb} \tag{12}$$

运动床和静止床之间的剪切应力为

$$\tau_{mbsb}=\frac{1}{2}\rho_L|U_{mb}|U_{mb}f_{mbsb} \tag{13}$$

管壁摩擦系数 f_{mb}的计算和式(7)的方法相似，但是，

$$Re_{mb}=\frac{\rho_L U_{mb}D_{mb}}{\mu_L} \tag{15}$$

$$D_{mb}=\frac{4A_{mb}}{S_{mb}+S_{mbsb}+S_{hmb}} \tag{16}$$

两床层间的摩擦系数 f_{mbsb}和式(10)的计算方法相似。

运动床中固相粒子作用在管壁上的固相摩擦力 F_{mb}由两部分的效应组成：粒子浸没重力 F_{wmb}和作用面上的应力传递 $F_{\Phi mb}$，即

$$F_{mb}=F_{wmb}+F_{\Phi mb} \tag{17}$$

F_{mb}采用固体粒子的浸没重力表示的流体压力分布来计算，在周边 S_{mb}上对这种压力分布进行积分，有

$$F_{wmb}=2\eta\int_{\frac{\pi}{2}-(\theta_{mb}-\theta_{sb})}^{\frac{\pi}{2}-\theta_{sb}}(\rho_L-\rho_S)gC_{mb}\left(\frac{D}{2}\right)^2\{[1-\frac{2(y_{mb}+y_{sb})}{D}-\sin r\}dr] \tag{18}$$

式中，η 是固相动摩擦系数；D 是管径；y_{mb}、y_{sb}分别为运动床和静止床高度；θ_{mb}、θ_{sb}是角度，见图1。

作用在 S_{hmb}上的剪切应力和法向应力 τ_N 有关。根据 Bagnold 的模型，法向应力 τ_N 是由于应力从界面到床层粒子的传递，当流体在沉积粒子下流动时，在交界面处存在法向应力，该力与流体产生的剪切力有关，即

$$\tau_N=\frac{\tau_{hmb}}{\tan(\Phi)} \tag{19}$$

式中，Φ 为内摩擦角，$\tan(\Phi)$值根据流体类型和粒子特性在0.35－0.75之间变化，所以

$$F_{\Phi mb}=\eta\frac{\tau_{hmb}S_{mb}}{\tan(\Phi)} \tag{20}$$

在界面 S_{mbsb} 上的固相粒子摩擦力 F_{mbsb} 和以上的方法相似，有

$$F_{mbsb}=F_{wmbsb}+F_{\Phi mbsb} \tag{21}$$

式中，粒子的浸没重力效应为

$$F_{wmbsb}=\eta(\rho_L-\rho_S)gC_{mb}y_{mb}S_{mbsb} \tag{22}$$

从界面的传递应力为

$$F_{\Phi mbsb}=\eta\frac{\tau_{hmb}S_{mbsb}}{\tan(\Phi)} \tag{23}$$

1.2.3　静止床

为保证整个床层不作整体滑动，作用其上的驱动力不能超过最大阻力。驱动力包括压力降和界面间的剪切力，因此，

$$A_{sb}\frac{dp}{dx}+F_{mbsb}+\tau_{mhsb}S_{mhsb}\leqslant F_{sb} \tag{24}$$

式中，A_{sb} 是固定床的横截面积，F_{sb} 是静止床周边 S_{sb} 上的固相摩擦阻力，且有

$$F_{sb}=F_{wsb}+F_{\Phi sb} \tag{25}$$

$$F_{wsb}=2\eta_s\int_{\frac{\pi}{2}-\theta_{sb}}^{\frac{\pi}{2}}(\rho_L-\rho_S)gC_{sb}(\frac{D}{2})^2\{[(1-\frac{2y_{sb}}{D})-\sin r\}dr] \tag{26}$$

$$F_{\Phi sb}=\eta_s\frac{\tau_{hmb}S_{sb}}{\tan(\Phi)} \tag{27}$$

式中，η_s 是固相粒子的静摩擦系数；C_{sb} 是静止床浓度。

1.3　扩散

根据守恒方程，应当考虑多相混合物层中固相粒子的扩散过程。假设这一过程为紊流扩散过程，它是由大标度旋涡控制并使流动趋于各向同性，因此导致冰晶粒子从高浓度区向低浓度区运动。例如，从运动床层向下运动。这种趋势由浸没重力来平衡。所以，多相混合物层中，冰晶粒子的扩散可由扩散方程来表达，即：

$$\varepsilon\frac{d^2C(y)}{dy^2}+w\frac{dC(y)}{dy}=0 \tag{28}$$

式中，$C(y)$ 是多相混合物层中局部体积浓度；y 是竖向坐标（垂直于管轴）；ε 是局部扩散系数；w 是粒子的沉降末速度。

若假设多相混合物层和运动床层介面处浓度等于运动床层浓度，即

当 $y=D-(y_{sb}+y_{mb})$ 时，$C(y)=C_{mb}$

对式(28)积分，可得

$$C(y)=C_{mb}\exp\{-\frac{w[y-(D-y_{mb}-y_{sb})]}{\varepsilon}\} \tag{30}$$

假设传质系数和动量传递系数近似相等，那么，横断面上的扩散系数 ε 可按下式来求[Doron，P.，1987]

$$\varepsilon=0.052U^*r \tag{31}$$

式中，r 是多相混合物层的当量水力半径，U^* 是剪切速度。

$$U^*=U_h/\sqrt{\frac{f_{hmb}}{2}} \tag{32}$$

单一冰晶粒子的沉降末速度 W_0 可通过浸没重力和阻力平衡来求，即

$$W_0=\sqrt{\frac{4(\rho_L-\rho_S)d_pg}{3\rho_LC_D}} \tag{33}$$

式中,C_D 取决于粒子雷诺数 Re_p,$Re_p=\rho_L W_0 d_p/\mu_L$。

对于粒子群的沉降末速度 W 可按下式来求[Doron, P., 1987]:

$$W/W_0=(1-C_h)^m \tag{34}$$

指数 m 取决于粒子群雷诺数 Re_W,$Re_W=\frac{\rho_L W d_p}{\mu_L}$。

从图1可知,$y=\frac{D}{2}+\frac{D}{2}\sin r$, $dy=\frac{D}{2}\cos r\, dr$

多相混合物层的平均浓度 C_h 可通过对式(28)积分,即

$$C_h(y)=\frac{1}{A_h}\int_0^{D-(y_{mb}+y_{sb})} C(y) D\cos r\, dr \tag{35}$$

$$\frac{C_h}{C_{mb}}=\frac{2(\frac{D}{2})^2}{A_h}\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}(\theta_{mb}+\theta_{sb})}\cos^2 r \exp\{-\frac{WD}{2\varepsilon}[\frac{2(y_{mb}+y_{sb})}{D}-1+\sin r]\}dr \tag{36}$$

2 应用算例

对于实际工程应用,充分悬浮流动最为常见。本文给出一个计算例子。此时,

$$\frac{dp}{dx}=\frac{2}{D}\rho_M U_S^2 f_M \tag{37}$$

管道断面冰晶粒子的浓度分布为

$$C(y)=C_B\exp[-\frac{W(D-y)}{\varepsilon}] \tag{38}$$

$$C_B=\frac{\pi C_S/2}{\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}\cos^2 r \exp[-\frac{WD}{\varepsilon}(\sin r-1)]dr} \tag{39}$$

2.1 管道横断面的冰晶粒子的浓度分布

根据冰浆流动的三层模型,可以计算出充分悬浮流动时,管道横断面的冰晶粒子的浓度分布。定义含冰率为冰浆中冰晶粒子质量占冰浆总质量的百分数(IPF)。各种 IPF 时的管道断面浓度分布的计算结果见图2。图中横坐标是相对距离 Y/D,其中 D 是管径,Y 是垂直于管轴距管底的高度;纵坐标是管道中各位置的局部含冰浓度。

2.2 水平管道中的压降

根据以上所述,可以求得冰浆在水平管道中流动的压降。图3给出了一个计算例子的结果,其中,管径 D=0.025m。

3 结论

对于任何运动工况,采用三层模型,即式(1)-(3)、(11)、(36)五个方程,可求解五个未知数:U_h,C_h,y_{mb}和 dp/dx,模型封闭。文中还给出了一个应用三层模型计算的实例。

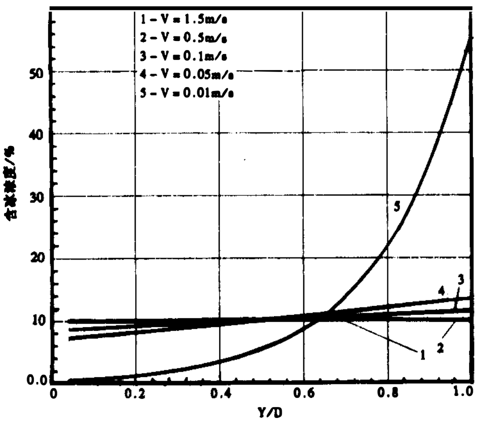

图2　IPF＝10％时的断面浓度分布图
Fig. 2　Concentration distribution diagram in pipe cross with IPF＝10％

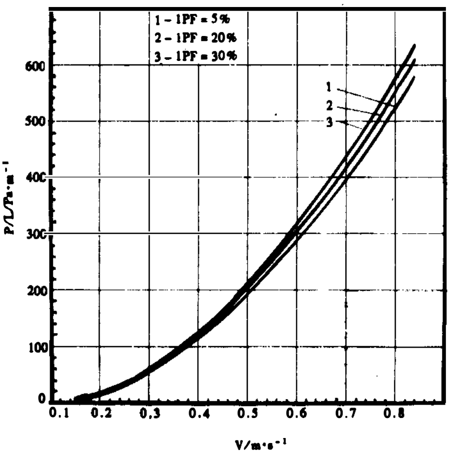

图3　冰浆在水平管道中流动的阻力
Fig. 3　Friction loss characteristics of pipe with ice slurry

参 考 文 献

[1] Doron, P., 1987. Slurry flow in horizontal pipes-experimental and modeling. *Int. J. Multiphase Flow*, **13**(4):535—547.

[2] Doron, P., 1992. Effect of the no-slip assumption on the prediction of solid-liquid flow characteristics. *Int. J. Multiphase Flow*, **18**(4):617—622.

[3] Knodel, B. D., 1988. Pressure drop characteristics of ice/water slurry horizontal flow. 15—89. University of Illinois, M. Sc. Thesis.

[4] Televantos, Y., 1979. Flow of slurries of coarse particles at high solids concentrations. *Can. J. Chem. Engng.* **57**: 255—262.

[5] Terence Graham, 1989. Application of crystal ice generation in district heating and cooling. *Proceeding of the 80th IDHCA*, 246—258. Virginia Beach, Virginia. USA.

THREE-LAYER MODEL FOR ICE SLURRY FLOWING IN HORIZONTAL PIPES

Liu Yong-hong
(*Shanghai Fisheries University*, 200090)

ABSTRACT　In modern air conditioning with ice cooling storage and district cooling, ice slurry is a kind of effective material for cooling storage and for transmitting cool thermal energy. To design the pipe system, its friction loss characteristics in pipes are very important. In this paper, a three-layer model for ice slurry flowing in horizontal pipes has been presented, and an calculation example has also been made.

KEYWORDS　ice slurry, flowing, three-layer model